

Конструирование структурированных продуктов с произвольным профилем доходности

Автор: Михаил Глухов, к.э.н., генеральный директор ООО «МГ Софт» и Агентства структурированных продуктов (SProducts.ru)

При рассмотрении и анализе структурированных продуктов чаще всего мыслят в терминах опционов и других инструментов, из которых строится продукт. И хотя во многих случаях внутри него действительно легко «разглядеть» встроенный опцион или опционную стратегию, в целом такой подход является достаточно ограниченным. В данной статье мы представим более «свободный» и универсальный взгляд на конструирование, ценообразование и хеджирование структурированных продуктов.

Для того, чтобы сделать изложение материала как можно более наглядным, рассмотрим пример теоретического структурированного продукта (СП) со следующими условиями, который, как мы покажем, вполне может быть выпущен на практике. Назовем его «Восход».

В начальный момент времени инвестор вкладывает в СП 100 тыс. рублей. Продукт имеет срок 1 год и привязан к акции «Газпрома».

По прошествии указанного срока инвестору будет гарантированно возвращена сумма начальных вложений (100 тыс. рублей), а также выплачена доходность, определяемая следующим образом.

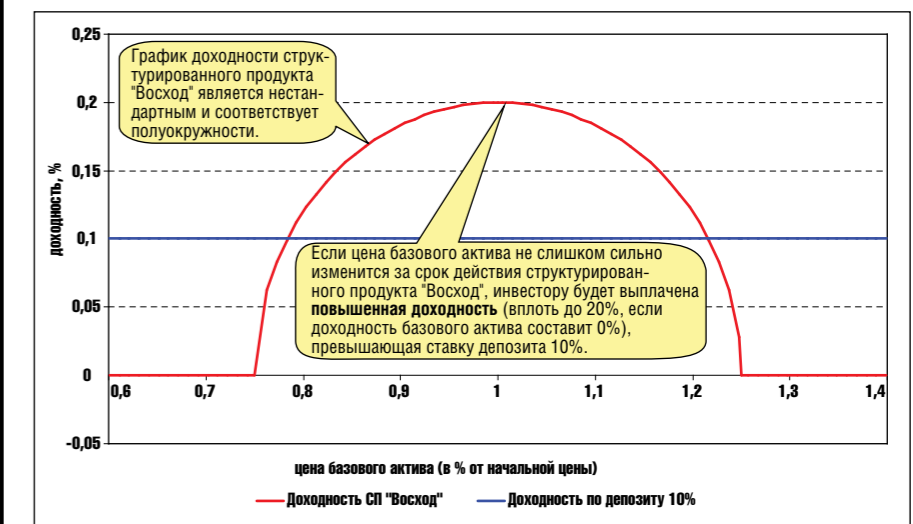
• Если базовый актив (БА) к дате истечения продукта вырастет или упадет сильнее, чем на 25% от своего значения в момент выпуска СП, доходность последнего составит 0%. Иными словами, инвестору будут возвращены вложенные 100 тыс. рублей.

• Если БА к дате истечения изменится в пределах +/- 25%, доходность продукта будет определена в соответствии с нижеприведенным графиком (см. рис. 1). При этом **максимальная доходность** в размере 20%¹ будет достигнута в том случае, если базовый актив закроется на том уровне, который имел

¹ Отметим, что при оценке параметров данного продукта мы исходили из «нормального», докризисного значения депозитной процентной ставки, равного 10%. Соответственно, максимальная доходность по продукту в размере 20% в 2 раза превышает ставку депозита.



Рис. 1 График доходности структурированного продукта «Восход»



ходности по структурированному продукту, которая в данном случае будет иметь следующий вид:

$$\text{Доходность по продукту} = \frac{\sqrt{\text{Max}(\text{Радиус}^2 - \text{Доходность базового актива}^2; 0)} \times (\text{МД}/\text{Радиус}),$$

где **радиус** — диапазон изменения цены базового актива, в пределах которого доходность СП является положительной (в приведенном выше примере он равен 25%), **МД** — максимальная доходность по продукту, то есть «высота» полуокружности (в данном примере 20%), **доходность базового актива** — доходность БА за срок действия продукта.

Параметры «Радиус» и «МД» фиксируются в договоре между банком и инвестором, в то время как «Доходность базового актива» — значение, которое станет известным лишь в дату истечения продукта и от которого зависит доходность, выплачиваемая банком по СП.

Приведем несколько примеров расчета доходности по структурированному продукту «Восход» и убедимся в том, что формула дает результат, в точности совпадающий с графиком полуокружности (см. таблицу 1).

Сразу отметим, что **ничего не мешает** заключению подобного договора в рамках российского зако-

нодательства. Например, это может быть индексируемый депозит, для которого фиксируется вышеприведенная формула для расчета процентной ставки по нему. То есть любой банк может предложить клиенту подобный депозит и «пообещать» ему выплату плавающей доходности, привязанной к цене акции «Газпрома» таким необычным образом. Более того, продукт будет застрахован, если предлагающая его кредитная организация входит в систему страхования вкладов.

Данный структурированный продукт **не может быть представлен** в виде простой комбинации некоторых опционов. Он обладает совершенно произвольным профилем доходности. Тем не менее, деривативная теория в силах ответить на 2 основных вопроса, связанных с выпуском подобных продуктов: как их оценивать и как хеджировать.

Опцион «Восход»

В приведенном выше примере «высота» графика, то есть максимальная доходность (МД) по продукту, равна 20% (при «радиусе» +/-25%). Как было рассчитано данное значение? Этот вопрос относится к «прайсингу» структурированного продукта, то есть оценке его справедливой стоимости и параметров.

Любой продукт с защитой капитала может быть представлен как комбинация депозита и некоторой опционной стратегии. СП «Восход» не исключение, однако вместо обычной стратегии в его состав входит экзотический дериватив, который мы назовем **опционом «Восход»**.

Опцион «Восход» – контракт со следующими условиями: в начальный момент времени покупатель уплачивает продавцу некоторую премию, при этом в дату истечения покупатель получает от контрагента плавающую денежную выплату, график которой соответствует полуокружности. Сумма данной выплаты определяется по следующей формуле:

$$\text{Выплата} = \sqrt{\text{Max}(\text{Радиус}^2 - (P_1 - \text{Страйк})^2; 0)} \times (\text{Максимальная выплата} / \text{Радиус}),$$

где **Страйк** – цена базового актива, соответствующая «центру» полуокружности, **Радиус** – радиус последней в абсолютном денежном выражении, **Максимальная выплата** – высота полуокружности, то есть выплата, которую получит владелец данного «опциона», если цена БА в день истечения будет равна значению «страйк», **P₁** – конечная цена базового актива в дату истечения контракта.

«Радиус», «страйк» и «максимальная выплата» являются параметрами опциона и могут быть выбраны любыми по усмотрению сторон.

Мы видим, что формула расчета выплаты по опциону «Восход» практически аналогична формуле для нахождения доходности по одноименному СП, а график данного инструмента будет почти идентичен графику продукта «Восход» (см. рисунок 2).

Для тех читателей, кто привык к тому, что опцион – это право покупки/продажи базового актива, скажем сразу, что формулировки такого рода применимы лишь к стандартным инструментам, но не

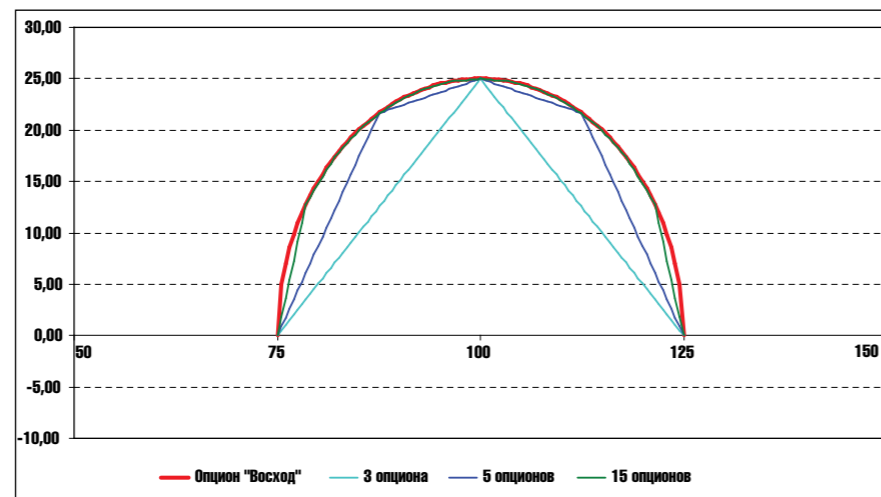
Табл. 1 Примеры расчета доходности СП «Восход»

| Цена базового актива через 1 год, % | Доходность базового актива | Доходность СП «Восход» | Комментарий |
|-------------------------------------|----------------------------|--|--|
| 100 | 0% | $\sqrt{\text{Max}(25\%^2 - 0\%^2; 0)} \times 20\%/20\% = 20\%$ | Максимально возможная доходность по продукту в размере 20% образуется, если доходность БА составила 0%. |
| 110 | 10% | $\sqrt{\text{Max}(25\%^2 - 10\%^2; 0)} \times 20\%/25\% = 18,33\%$ | Базовый актив вырос, но не слишком сильно. Доходность продукта получилась достаточно высокой. |
| 50 | -50% | $\sqrt{\text{Max}(25\%^2 - (-50\%)^2; 0)} \times 20\%/25\% = 0\%$ | Базовый актив упал больше, чем на значение «радиуса» полуокружности (25%), поэтому доходность СП равна 0%. |

Табл. 2 Аппроксимация опциона «Восход» с помощью 3-х опционов («бабочка»)

| № | Покупка/продажа | Количество | Страйк опциона Call |
|---|-----------------|------------|---------------------|
| 1 | покупка | 1 | 75 |
| 2 | продажа | 2 | 100 |
| 3 | покупка | 1 | 125 |

Рис. 2 График опциона «Восход» и его аппроксимация с помощью стандартных опционов Call



к более экзотическим контрактам. Даже бинарный опцион (пожалуй, простейший из экзотических) не может быть определен в терминах «право покупки/продажи», так как это всего лишь некоторый плавающий денежный поток с определенной формулой. Термин «опцион» в этом случае так же широк, как и термин «дериватив». Наш опци-

он «Восход» тоже является всего лишь некоторым плавающим денежным потоком.

Существует ли такой инструмент в реальной жизни? И да, и нет. С одной стороны, автору неизвестно о заключении подобных сделок в реальности. Но с другой, ничто не мешает двум контрагентам заключить внебиржевое

соглашение с похожими условиями.

Аппроксимация стандартными опционами

Рассмотрим опцион «Восход», у которого страйк равен 100 рублям, а радиус и максимальная выплата – 25 рублям. Таким образом, минимальная и максимальная точки (в которых «начинается» и «заканчивается» полуокружность) равны 75 и 125 рублей соответственно (см. рисунок 2).

Представим, что Вам предложили купить данный инструмент. Как оценить его справедливую стоимость, сколько имеет смысл за него заплатить? Это можно сделать несколькими способами: биномиальным методом, методом конечных разностей, методом Монте-Карло, а также путем оценки аппроксимирующей опционной стратегии, о чем и пойдет речь ниже.

Несмотря на нестандартность опциона «Восход», существует возможность его **аппроксимации** с помощью набора **классических опционов**. Например, профиль «Восхода» можно воспроизвести с помощью стандартной стратегии «бабочка» (см. табл. 2) или более сложной конструкции из **5 опционов Call** (см. таблицу 3).

При этом, чем больше контрактов использовать в аппроксимирующей стратегии, тем выше получится точность приближения. На рисунке 2 приводятся графики опциона «Восход» и аппроксимирующих стратегий, включающих различное количество опционов Call.

Видно, что уже при приближении на основе 15-ти точек (то есть при использовании 15-ти стандартных контрактов с различными страйками) **точность воспроизведения «Восхода» достаточно высока, то есть** график стратегии из стандартных опционов очень точно повторяет его профиль.

Найдем стоимость рассматриваемого инструмента через оценку

Табл. 3 Аппроксимация опциона «Восход» с помощью 5-ти опционов Call

| № | Покупка/продажа | Количество | Страйк опциона Call |
|---|-----------------|------------|---------------------|
| 1 | покупка | 1,7321 | 75 |
| 2 | продажа | 1,4641 | 87,5 |
| 3 | продажа | 0,5359 | 100 |
| 4 | продажа | 1,4641 | 112,5 |
| 5 | покупка | 1,7321 | 125 |

Табл. 4 Увеличение точности оценки опциона «Восход» с ростом количества опционов в аппроксимирующей стратегии

| Количество инструментов в стратегии, аппроксимирующей опцион «Восход» | Стоимость аппроксимирующей стратегии | Погрешность (по сравнению с истинной стоимостью «Восхода») ¹ |
|---|--------------------------------------|---|
| 3 («бабочка») | 7,0023 | 34,56% |
| 5 | 9,4586 | 11,60% |
| 15 | 10,5228 | 1,65% |
| 30 | 10,6418 | 0,54% |
| 50 | 10,6738 | 0,24% |
| 100 | 10,6909 | 0,08% |
| 500 | 10,6991 | 0,01% |
| 10 000 | 10,6999 | 0,00% |

¹ За «истинную стоимость» мы взяли стоимость аппроксимирующей стратегии из 10 000 опционов (хотя, строго говоря, абсолютная точность оценки «Восхода» обеспечивается при их количестве, стремящемся к бесконечности).

Табл. 5 Данные для оценки МД структурированного продукта «Восход»

| Параметр | Значение | Комментарий |
|--|------------|---|
| Радиус доходности | 25% | Предположим, что клиент, для которого конструируется СП, полагает, что базовый актив с большой вероятностью будет колебаться в коридоре +/-25%. Поэтому устанавливаем такое значение радиуса. |
| Срок продукта | 1 год | |
| Страйк (центральная точка) продукта «Восход» | 100 рублей | Страйк делаем равным цене БА в момент выпуска продукта. |
| Текущая цена базового актива | 100 рублей | Это цена БА в момент выпуска продукта. |
| Процентная ставка по депозиту, в % непрерывно начисляемых годовых | 10% | Процентная ставка, под которую инвестируется часть капитала для гарантированного возврата суммы вложений. |
| Безрисковая процентная ставка, в % непрерывно начисляемых годовых | 10% | «Безрисковая ставка» используется для оценки стоимости опциона «Восход». В данном случае считаем, что депозитная и безрисковая ставки равны. |
| Волатильность базового актива | 30% | Используется для оценки опциона «Восход». |
| Максимальная доходность (МД) | ? | Значение данного параметра нам необходимо рассчитать на основе вышеприведенных данных. |

Табл. 6 Расчет максимальной доходности по структурированному продукту «Восход»

| Параметр | Величина |
|---|---------------------------------|
| Сумма вложений в продукт, рублей | 100 000 |
| Сумма, которую необходимо разместить на депозит (для гарантированного возврата 100 тыс. рублей к дате истечения продукта), рублей | 90 483,74 |
| Сумма, оставшаяся для приобретения опционов, рублей | 9 516,26 |
| Количество опционов «Восход», которое можно приобрести (встроить в продукт), штук | $9\,516,26/10,6999 = 889,38$ |
| Максимальная выплата по всем опционам «Восход» (если БА не изменится за срок действия продукта), рублей | $889,38 \times 25 = 22\,234,55$ |
| Максимальная доходность продукта, % | $22\,234,55/100\,000 = 22,23$ |

стоимости аппроксимирующей его стратегии. В таблице 4 представлена зависимость между количеством контрактов в данной стратегии (чем больше, тем точнее аппроксимация) и ее стоимостью. Оценка производилась при волатильности 30% и безрисковой процентной ставке 10%; цены отдельных опционов рассчитывались по стандартной формуле Блэка-Шоулза.

Видно, что стоимость аппроксимирующей стратегии из 15 опционов отличается от «истинной» стоимости «Восхода» всего лишь на 1,65%.

Вместо того, чтобы покупать опцион «Восход» на рынке, мы можем реализовать стратегию дельта-нейтрального хеджирования, которая полностью «воспроизведет» его, правда, с некоторой погрешностью.

Представление «Восхода» в виде стратегии из стандартных инструментов позволяет не только оценить его стоимость, но и рассчитать дельту и остальные греки. Любой грек «Восхода» равен сумме соответствующих греков опционов, входящих в аппроксимирующую стратегию.

Оценка МД СП «Восход»

Теперь, когда мы знаем, каким образом находится стоимость опциона «Восход», ничего не мешает нам оценить параметр МД, с которым можно предлагать одноименный структурированный

продукт. Исходные данные для решения этой задачи приведены в таблице 5.

Прежде всего, мы размещаем 90 483,74 рубля на депозит под 10%. Через 1 год мы получим ровно $90\,483,74 \times e^{0,1} = 100\,000$ рублей, то есть сумму вложений. Депозит обеспечит гарантированный возврат инвестированного в продукт капитала.

При этом у нас останется $100\,000 - 90\,483,74 = 9\,516,26$ рубля, которые мы потратим на покупку опционов «Восход». Пока для простоты будем считать, что дан-

ные инструменты можно свободно купить на рынке по справедливой стоимости. Это является не совсем реалистичной предпосылкой, но далее мы покажем, что эти опционы можно «произвести» самостоятельно через дельта-нейтральное хеджирование.

В продукт нам необходимо встроить опцион «Восход», имеющий страйк 100 рублей, радиус и максимальный платеж 25 рублей. Его стоимость составляет, как мы рассчитали ранее, **10,6999 рубля** (при оценке аппроксимирующей стратегии из 10 тыс. опционов). При этом, если базовый актив через год закроется ровно на уровне

цены «страйк» (центральной точки) опциона «Восход» (100 рублей), клиенту будет выплачено **25 рублей**.

Максимальная доходность по структурированному продукту «Восход» определяется количеством одноименных опционов, которое будет встроено в него. Оно равно $9\,516,26/10,6999 = 889,38$ штук. Если через 1 год цена БА закроется на уровне 100 рублей, 1 опцион «Восход» сгенерирует доход в размере 25 рублей. А 889,38 контрактов сгенерируют совокупную выплату $889,38 \times 25 = 22\,234,55$ рубля. С учетом суммы, которая будет снята с депозита, инвестор получит 122 234,55 рубля или **22,23%** (см. расчеты в таблице 6).

Таким образом, при данных рыночных условиях можно выпустить продукт «Восход» с максимальной доходностью равной **22,23%**. Это значение МД является «справедливым» и не обеспечивает эмитенту СП никакой прибыли. Можно показать, что при «встраивании» комиссии в размере 0,96% от суммы вложений (комиссия будет вычтена из «опционной части» продукта) МД сократится до 20%.

Хеджирование опциона «Восход»

Вероятно, для многих читателей рассмотренные ранее расчеты кажутся чисто теоретическими и не имеющими отношения к практике. Как можно создать структурированный продукт, построенный на основе нестандартного инструмента, который негде купить?

Оказывается, нет необходимости данный опцион покупать: его можно «произвести» с помощью дельта-нейтрального хеджирования.

Представим себе, что мы, работая в некотором банке, продали клиенту структурированный продукт со встроенным опционом «Восход» с перечисленными выше параметрами. Продукт привязан к акциям «Газпрома». Вместо того, чтобы покупать данный инструмент

на рынке, мы можем реализовать стратегию дельта-нейтрального хеджирования, которая полностью «воспроизведет» его, правда, с некоторой погрешностью.

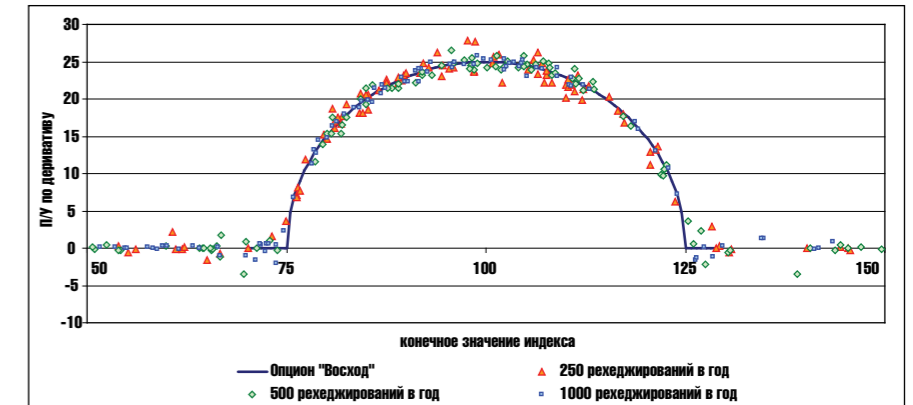
Дельта-нейтральное хеджирование проданного «Восхода» работает точно также, как и хеджирование обыкновенного опциона: задача стратегии состоит в том, чтобы покупать и продавать базовый актив (акции «Газпрома» в нашем примере либо фьючерсы на них) таким образом, чтобы совокупная дельта позиции была равна нулю. Расчет дельты «Восхода» можно производить, используя тот же подход, что и для оценки его стоимости: путем суммирования дельт опционов, входящих в аппроксимирующую стратегию.

Для демонстрации процесса хеджирования и оценки его точности мы использовали метод Монте-Карло: генерировали случайные ценовые временные ряды с заданной волатильностью, осуществляли дельта-нейтральное хеджирование опциона «Восход» с различной частотой рехеджирования (250, 500 и 1000 рехеджирований в год) и оценивали результаты данной операции.

Наглядно итоги хеджирования продемонстрированы на рисунке 3: здесь мы видим профиль нашего опциона «Восход», а также точки, соответствующие доходу, сгенерированному дельта-нейтральным хеджированием для одного из сценариев ценового пути (то есть для одной из итераций в рамках симуляции Монте-Карло).

Видно, что точки «облепляют» профиль опциона «Восход», однако при этом они все же не полностью соответствуют графику. Это связано с наличием погрешности хеджирования, вызванной тем, что рехеджирование производилось не непрерывно, а дискретно – в данном случае с частотой 250, 500 и 1000 раз в год. При этом наглядно показано, что чем выше частота рехеджирований, тем точки «лучше облепляют» график «Восхода», иными словами, тем меньше по-

Рис. 3 Графическое представление результатов хеджирования опциона «Восход»



решность. При совершенно непрерывном дельта-нейтральном хеджировании последняя вовсе будет равна 0.

Отметим, что волатильность генерируемых ценовых рядов была установлена равной 30%, то есть на уровне подразумеваемой волатильности, по которой мы оценили опцион «Восход». Рост или падение волатильности, с которой колеблется базовый актив, приводит к увеличению или уменьшению издержек на хеджирование и, соответственно, к возникновению прибыли или убытка у продавца опциона.

Тема хеджирования и его погрешности, а также оценки рисков, вероятно, одна из наиболее важных и интересных, когда речь заходит о котировании и маркет-мейкинге сложных деривативов и структурированных продуктов. Хотя, с точки зрения теории Блэка-Шоулза, любой, сколь угодно сложный дериватив может быть захеджирован базовым активом, на практике различные производные обладают разной степенью погрешности хеджирования. Например, стандартный опцион поддается намного более точному хеджированию, чем рассмотренный инструмент «Восход».

Выводы

1) Существует возможность конструирования non path-dependent структурированных продуктов и внебиржевых деривативов, име-

ющих совершенно произвольные графики доходности/выплаты, которые могут рисоваться «от руки» или задаваться любыми функциями (вплоть до $\sin(P_1)$). При этом предлагать такие продукты можно даже в рамках российского законодательства (например, в виде индексированных депозитов).

2) Оценить стоимость дериватива с произвольным графиком выплаты можно с помощью аппроксимирующей стратегии из стандартных опционов (также это возможно сделать с помощью других методов, например, биномиального и метода конечных разностей, но о них в статье мы не говорили).

3) Любой дериватив с произвольным графиком выплаты может быть «воспроизведен» с большей или меньшей точностью при помощи специальной стратегии, предусматривающей регулярную покупку и продажу базового актива по определенному алгоритму. Данная стратегия называется дельта-нейтральным хеджированием.

В статье мы попытались наглядно изложить перечисленные идеи на примере экзотического структурированного продукта «Восход».

Пока на российском рынке преобладают достаточно простые продукты (ознакомиться с имеющимися предложениями можно на недавно запущенном нашей компанией сайте **SProducts.ru**), но хочется надеяться, что со временем ситуация будет меняться к лучшему. F&O